

ନବମ ଶ୍ରେଣୀ

SAKIB

ଅଧିକାରୀ ପ୍ରାଥମିକାଲ୍ୟ - ୦୯

ଅଧିକାରୀ ପ୍ରାଥମିକାଲ୍ୟ - ୦୯

୨.  $a-b = 4$  ଏবଂ  $ab = 16$  ହେଲେ,  $a+b$  ଏବଂ ଆଜି ନିମ୍ନ କହି ।

$$(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$$

ପ୍ରତ୍ୟାଖ୍ୟାତ,

$$a-b = 4$$

$$ab = 16$$

-ଅଭିଭାଗ ଫୋର୍ମ,

$$(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$$

$$\text{ତା, } (a+b)^2 = 4^2 + 4 \times 16$$

$$\text{ତା, } (a+b)^2 = 16 + 64$$

$$\text{ତା, } (a+b)^2 = 80$$

$$\text{ତା, } a+b = \pm \sqrt{80}$$

$$\text{ତା, } a+b = \pm \sqrt{16 \times 5}$$

$$\text{ତା, } a+b = \pm 4\sqrt{5}$$

$$\therefore a+b = \pm 4\sqrt{5}$$

$$2. n - \frac{1}{n} = 5 \quad \text{तरीं}, \quad n^3 + \frac{1}{n^3} \quad \text{तो} \quad n^3 + \frac{1}{n^3}$$

मिले थे,

$$\boxed{a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)}$$

$$(n + \frac{1}{n})^2 = (n - \frac{1}{n})^2 + 4 \cdot n \cdot \frac{1}{n}$$

इस प्रायाम्,

$$n - \frac{1}{n} = 5$$

अब ताकि,

$$(n + \frac{1}{n})^2 = (n - \frac{1}{n})^2 + 4 \times \frac{1}{n}$$

$$\text{तो}, (n + \frac{1}{n})^2 = 5^2 + 4$$

$$\text{तो}, (n + \frac{1}{n})^2 = 25 + 4$$

$$\text{तो}, (n + \frac{1}{n})^2 = 29$$

$$\text{तो}, n + \frac{1}{n} = \sqrt{29}$$

$$\therefore \text{प्रदृशमि} = n^3 + \frac{1}{n^3}$$

$$= (n + \frac{1}{n})^3 - 3 \times \frac{1}{n} (n + \frac{1}{n})$$

$$= (\sqrt{29})^3 - 3 \cdot \sqrt{29}$$

$$= 29\sqrt{29} - 3\sqrt{29}$$

$$= 26\sqrt{29}$$

$$\boxed{\begin{aligned} & (\sqrt{29})^3 \\ & = \sqrt{29} \cdot \sqrt{29} \cdot \sqrt{29} \\ & = 29\sqrt{29} [\sqrt{n} \cdot \sqrt{n} = n] \end{aligned}}$$

निः ६:  $n + \frac{1}{n}$  एवं विभाग इस प्रायाम् निल द्वारा आया और इस प्रायाम् का द्वितीय भाग आया और इस प्रायाम् का द्वितीय भाग आया।

୧.  $a^3 - 21a - 20$  କେ ଶ୍ରୀମାନ୍ତ ବିଭିନ୍ନ କଟିଙ୍ଗାନ୍ତ କଟିବାକୁ  
ପାଇଁ କଟି.

$$\begin{aligned} f(a) &= a^3 - 21a - 20 \\ \therefore f(-1) &= (-1)^3 - 21 \cdot (-1) - 20 \\ &= -1 + 21 - 20 \\ &= 21 - 21 \\ &= 0 \end{aligned}$$

ସିଦ୍ଧାନ୍ତ,

$a - (-1) = a+1$ ,  $f(a)$  ହାତେ ଏକଟି ଶ୍ରୀମାନ୍ତ  
କଟିବାକୁ,

$$\begin{aligned} a^3 - 21a - 20 & \\ &= a^3 + a^2 - a^2 - a - 20a - 20 \\ &= a^2(a+1) - a(a+1) - 20(a+1) \\ &= (a+1)(a^2 - a - 20) \\ &= (a+1)(a^2 - 5a + 4a - 20) \\ &= (a+1) \{ a(a-5) + 4(a-5) \} \\ &= (a+1)(a-5)(a+4) \end{aligned}$$

8. यदि काठ  $\pi$  वर्ष अवृल छुनाखाप 4 वर्षात् छुनाखा  
यदि का राल न हो ज्ञान क्या?

दिग्भासाई,

$$\text{आवृल } P = \pi \text{ दिका}$$

$$\text{छुनाखाप } 2\pi \text{ र } = \pi \times = \frac{\pi}{100}$$

$$\text{आवृत } n = 4 \text{ वर्षों}$$

$$\text{छुनाखा } I = ?$$

आमडा दारि,

$$I = Prn$$

$$= \pi \times \frac{\pi}{100} \times 4$$

$$= \frac{\pi^2}{25}$$

आवाह,

दिग्भासाई,

$$\text{छुनाखा } I = \pi \text{ दिका}$$

प्रश्नमास,

$$\frac{\pi^2}{25} = \pi$$

$$\text{तो, } \pi^2 = 25\pi$$

$$\text{तो, } \frac{\pi^2}{\pi} = \frac{25\pi}{\pi} \quad [\text{मिहमासांक न होता दारा कर्ता}]$$

$$\therefore \pi = 25$$

$$Q. \frac{1}{P} = \sqrt{5} - 2 \text{ હાલ, } P^2 \text{ એવું માન કરો?}$$

દ્વારા,

$$\frac{1}{P} = \sqrt{5} - 2$$

$$\text{તો, } P(\sqrt{5} - 2) = 1$$

$$\text{તો, } P = \frac{1}{\sqrt{5} - 2}$$

$$= \frac{1(\sqrt{5} + 2)}{(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)} \quad [ \text{ભેદ લગ્ને } \sqrt{5} + 2 \\ \text{દ્વારા શૂન્ય કરો ]$$

$$= \frac{\sqrt{5} + 2}{(\sqrt{5})^2 - 2^2}$$

$$= \frac{\sqrt{5} + 2}{5 - 4}$$

$$= \sqrt{5} + 2$$

$$\text{તો, } P^2 = (\sqrt{5} + 2)^2 \quad [ \text{ક્રમણીય વિધી કરો ]$$

$$= (\sqrt{5})^2 + 2 \cdot \sqrt{5} \cdot 2 + 2^2$$

$$= 5 + 4\sqrt{5} + 4$$

$$= 9 + 4\sqrt{5}$$

$$\therefore P^2 = 9 + 4\sqrt{5}$$

চূড়ান্তসীল প্রশ্নঃ ০১

PQR একটি সমষ্টি ক্ষিপ্ত এবং PS, QR এবং PR লম্ব।

ক.  $PQ = 3\text{ cm}$  শাল,  $\triangle PQR$  এর অঞ্চল  
মিহি কোন?

দেখাও,

$$PQ = 3\text{ cm}$$

এবং  $\triangle PQR$  সমষ্টি ক্ষিপ্ত



আমরা জানি,

$$\text{অঞ্চল ক্ষিপ্ত অঞ্চল} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$$

$$= \frac{\sqrt{3} \cdot 3^2}{4} = 2.25\sqrt{3}\text{ বর্গ সেমি}$$

$$= \frac{9\sqrt{3}}{4} = 2.25\sqrt{3}\text{ বর্গ সেমি}$$

খ. প্রমাণ কর যে,  $PQ + PR > 2PS$

দেখাও,

$PQR$  সমষ্টি ক্ষিপ্ত

এবং  $PS \perp QR$

প্রমাণ করতে হবে যে,

$$PQ + PR > 2PS$$

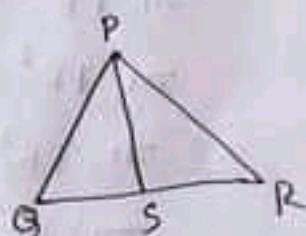
আমরা জানি,

কোন বিকুণ্ঠ কোণ কেবল উৎপন্ন করে।  
অক্ষিলকৃত অভ্যরণ কার্য লক্ষণে উৎপন্ন,

সুতরাং  $PS \perp QR$

প্রমাণ,  $PS < PQ$  — (i)

এবং  $PS < PR$  — (ii)



# ଶ୍ରୀନାଥ ପଞ୍ଜୀୟ

$\triangle DEF$  ଏବଂ  $DE > EF$  ଏବଂ  $\angle E > \angle F$  ଏବଂ  
ଅମାତ୍ରିକର୍ତ୍ତାଙ୍କ ପରିମାଣ P ବିନ୍ଦୁଟି ଏବଂ କରିଛି-  
ପରିକର୍ତ୍ତା ଓ ବିନ୍ଦୁଟି ଡେବ କାହାରୁ ।

Ex.  $\angle D = 40^\circ$  ରାଜ,  $\angle EPF$  ଏବଂ ଯିବ୍ବି-  
ପରିକର୍ତ୍ତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

◆ ଉପରେକ୍ଷା,

$$\angle D = 40^\circ$$

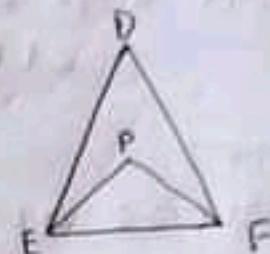
$\triangle DEF$  ୱ.

$$\angle D + \angle E + \angle F = 180^\circ$$

$$\text{iii. } \frac{1}{2} (\angle D + \angle E + \angle F) = 90^\circ$$

$$\text{iv. } \frac{1}{2} \angle D + \frac{1}{2} (\angle E + \angle F) = 90^\circ$$

$$\text{v. } \frac{1}{2} (\angle E + \angle F) = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle D$$



ଯାହାତି,

$\triangle EPF$  ୱ.

$$\angle EPF + \frac{1}{2} \angle E + \frac{1}{2} \angle F = 180^\circ$$

$$\text{vi. } \angle EPF = 180^\circ - \frac{1}{2} (\angle E + \angle F)$$

$$= 180^\circ - (90^\circ - \frac{1}{2} \angle D)$$

$$= 180^\circ - (90^\circ - \frac{1}{2} \times 40^\circ)$$

$$= 180^\circ - (90^\circ - 20^\circ)$$

$$= 180^\circ - 70^\circ$$

$$= 110^\circ$$

$$\therefore \angle EPF = 110^\circ$$

২৮. যদি EP, DF কে M বিন্দুতে ছেদ করাল  
প্রমাণ করা যে,  $\angle DME$  পূর্ণাঙ্গ।

বিষয় সিদ্ধান্ত:

দুটি ত্রিভুজ,

$$DE > EF$$

$$\text{সু. } \angle FEM = \frac{1}{2} \angle DEF = \angle MED$$

প্রমাণ করা যাবে যে,

$\angle DME$  পূর্ণাঙ্গ

SAKIB

প্রমাণ:

স্থির ১:  $\triangle EMF$  - G

$$\angle DME = \angle MFE + \angle FEM \quad [ \text{চিহ্নগুলি} ]$$

যদি:  $\angle MFE > \angle MED$  এবং  $\angle FEM > \angle EDM$

স্থির 2:  $\triangle DME$  - G

$$\angle FEM = \angle MED + \angle EDM$$

স্থির 3: প্রমাণ  $DE > EF$

অথবা,  $\angle DFE > \angle EDF$

সু.  $\angle MFE > \angle EDM$

$$\text{সু. } \angle MFE + \frac{1}{2} \angle DEF > \angle EDM + \frac{1}{2} \angle DEF$$

$$\text{সু. } \angle MFE + \angle FEM > \angle EDM + \angle MED$$

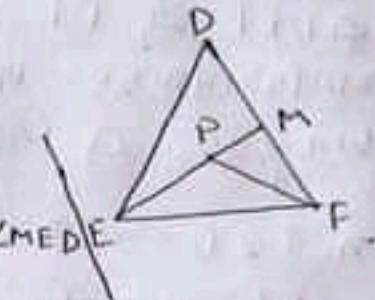
$$\text{সু. } \angle DME > \angle EMF$$

স্থির ৪:  $\angle DME + \angle EMF = 180^{\circ}$  পূর্ণাঙ্গ

$$\text{সু. } \angle DME > \angle EMF$$

$$\therefore \angle DME \text{ পূর্ণাঙ্গ}$$

[প্রমাণিত]



৩৪. যদি  $\angle EGF = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle D$

মানসিকভাবে :

প্রমাণ করা :

$$\angle EFG = \frac{1}{2} \angle EFN$$

$$\angle FEG = \frac{1}{2} \angle FEM$$

যদি  $\angle EGF = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle D$

$$\angle EGF = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle D$$

প্রমাণ :

**SAKIB**

$$\text{স্টপ-1: } \angle EFN = 180^\circ - \angle F$$

$$\text{তা. } \frac{1}{2} \angle EFN = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle F$$

$$\text{তা. } \angle EFG = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle F$$

স্টপ-2 : অনুলমিতিঃ ,

$$\angle FEG = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle E$$

স্টপ-3 :  $\triangle EFG - \square$

$$\angle EFG + \angle FEG + \angle EGF = 180^\circ$$

$$\text{তা. } 90^\circ - \frac{1}{2} \angle F + 90^\circ - \frac{1}{2} \angle E + \angle EGF = 180^\circ$$

$$\text{তা. } \angle EGF = \frac{1}{2} \angle E + \frac{1}{2} \angle F$$

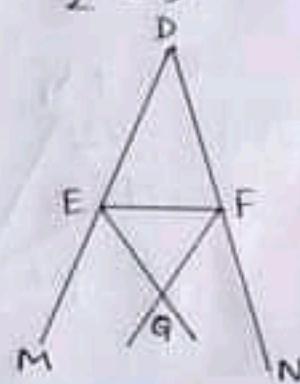
$$= \frac{1}{2} (\angle E + \angle F)$$

$$= \frac{1}{2} (180^\circ - \angle D)$$

$$= 90^\circ - \frac{1}{2} \angle D$$

$$\therefore \angle EGF = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle D$$

[প্রমাণ]



## ତ୍ୟାଗମୀଳ ପ୍ରସ୍ତୁତି : ୦୬

$$a+b+c = m, \quad a^2+b^2+c^2 = n \quad \text{এবং}, \\ a^3+b^3 = p^3$$

১.  $m=0$  হলে, দ্যোতি উর,  $a^3+b^3+c^3 - 3abc = 0$

এবং  $c=0$  হলে, দ্যোতি উর,  $m^3+2p^3 = 3mn$

৩.  $m=10$  এবং  $n=38$  হলে,  $(a-b)^2 +$   
 $(b-c)^2 + (c-a)^2$  একই সময় নিখিল কর.

(ii) সীমান্ত- যত পার,

$$a+b+c = m$$

~~সীমান্ত~~,

$$m = 0 \text{ হলে}$$

~~সীমান্ত~~  $a+b+c = 0$

$$\text{তাৰা, } a+b = -c$$

দ্যোতি ২টি উর,

$$a^3+b^3+c^3 - 3abc = 0$$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= a^3+b^3+c^3 - 3abc \\ &= (a+b)^3 - 3ab(a+b) + c^3 - 3abc \\ &= (-c)^3 - 3ab(-c) + c^3 - 3abc \\ &= -c^3 + 3abc + c^3 - 3abc \\ &= 0 \\ &= দায়বক্ষ \end{aligned}$$

বামপক্ষ = দায়বক্ষ [ দ্যোতি ২টি ]

(3)

Ch 3 अप्पा

$$a+b+c = m$$

$$a^2+b^2+c^2 = n$$

$$m = 10 \quad \text{मिनी}, \quad n = 38 \quad \text{सेकंड}.$$

$$a+b+c = 10$$

$$a^2+b^2+c^2 = 38$$

$$\therefore \text{प्रतिशोध} = (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2$$

$$= \{a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2\}$$

$$= 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$$

$$= 2(a^2 + b^2 + c^2) - 2(ab + bc + ca)$$

$$= 2(a^2 + b^2 + c^2) - \{(a+b+c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)\}$$

$$= 2 \times 38 - \{(10)^2 - 38\}$$

$$= 76 - (100 - 38)$$

$$= 76 - 62$$

$$= 14$$

X — n .

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$\Rightarrow 2(ab + bc + ca) = (a+b+c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$$

अधिकृ प्रश्न :- 02

21 ईपाउगम्भीर्यु तरं डॉनिम्बि अ; खा 31 एवं पठियार  
90 रुल, अलौकि अ; खा कै?

उत्तर,

$$\text{पठियार} = 90$$

$$\text{डॉनिम्बि अ; खा} = 31$$

$$\text{अलौकि अ; खा} = ?$$

अभियाप्तानि,

$$\text{पठियार} = \text{अलौकि अ; खा} - \text{डॉनिम्बि अ; खा} + 1$$

$$\text{तो, } \text{अलौकि अ; खा} - \text{डॉनिम्बि अ; खा} + 1 = \text{पठियार}$$

$$\text{तो, } \text{अलौकि अ; खा} = \text{पठियार} + \text{डॉनिम्बि अ; खा} - 1$$

$$= 90 + 31 - 1$$

$$= 121 - 1$$

$$\therefore \text{अलौकि अ; खा} = 120$$

X \_\_\_\_\_

21 1 - 22 प्राचुर्य 3 लाख विकल्प अ; खा शूलाव-  
भविक्ति कै?

~~1 - 22~~, 1 - 22 प्राचुर्य 3 लाख विकल्प अ; खा शूला  
शूला 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21

उत्तर, उल्लिखण्ड अ; खा  $n = 7$ ; प्रा विकल्प अ; खा

$$\therefore \text{भविक्ति} = \left( \frac{n+1}{2} \right) \text{ उल्लिखण्ड शूल}$$

$$= \frac{7+1}{2} \text{ उल्लिखण्ड शूल}$$

$$= \frac{8}{2} \text{ उल्लिखण्ड शूल}$$

$$= 4 \text{ उल्लिखण्ड शूल}$$

$$= 12$$

∴ 1 - 22 ਪੰਜਾਬ ਤੇ 600 T ਵਿਅਖ੍ਯਾਸ, ਮਾਡਲਾਫ਼  
ਅਰੀਕ 12

ਅ 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1 ਟ੍ਰਾਂਸ਼੍ਰੋਤਾਂ  
313 ਕੁ. 2

ਗਹਾਨ.

$$\text{ਟ੍ਰਾਂਸ਼੍ਰੋਤਾਂ} - \text{ਟ੍ਰਾਂਸ਼੍ਰੋਤਾਂ} = 11$$

$$\begin{aligned} \text{ਟ੍ਰਾਂਸ਼੍ਰੋਤਾਂ} - \text{ਟ੍ਰਾਂਸ਼੍ਰੋਤਾਂ} - \text{ਅਤੀ} &= 1+0+1+0 \\ &1+0+1+0+1+0+1 \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore 313 &= \frac{6}{11} \\ &= 0.545454 \\ &= 0.55 (\text{ਅਤੀ}) \end{aligned}$$